

Практические занятия по курсу

«Рискология»

Практическое занятие № 1. Входной контроль

Задача 1. Какая ставка r (*100)% годовых должна быть, чтобы через $t=(2+[N/3])$ лет доходность составила $R=N*50$ % годовых? (N – номер в списке группы).

Задача 2. На сколько лет необходимо поместить сумму в $C_0=(100*N)$ руб. под $r = \frac{N}{55} \cdot 100\%$ годовых с непрерывным начислением процентов, чтобы получить $C(t)=(2\ 000*N)$ руб.?

Задача 3. По облигации предусмотрены следующие выплаты:

через 2 года – N тыс. руб., через 4 года – $(N/2)$ тыс. руб., через 7 лет – $2N$ тыс. руб. и через 10 лет N тыс. руб. После чего она считается погашенной. Банковский процент составляет $(10+N/10)\%$ в год. Определить сегодняшнюю цену облигации.

Практическое занятие № 2. Волатильность и вероятность убытков.

Задача. В течение недели курсовая стоимость акций компании была следующей

День	0	1	2	3	4	5
Цена за акцию P_t (руб.)	60	50	63	58	62	70

Определить вероятность убытков для держателя пакета этих акций в течение недели, месяца, квартала, года.

Решение.

В качестве показателя, несущего полную информацию о рисках, будем использовать доходность акции, которая определяется по формуле

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \cdot 100\%.$$

Расчеты приведены в таблице:

День	0	1	2	3	4	5
Доходность r_t (%)	-	$\frac{50 - 60}{60} = -16,67$	$\frac{63 - 50}{50} = 26,00$	$\frac{58 - 63}{63} = -7,94$	$\frac{62 - 58}{58} = 6,90$	$\frac{70 - 62}{62} = 12,90$

Найдем среднюю доходность за неделю

$$r_n = \frac{1}{5} (-16,67 + 26 - 7,94 + 6,9 + 12,9) = 4,24\%.$$

Найдем волатильность (среднеквадратическое отклонение)

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{5-1} (-16,67 - 4,24)^2 + 26 - 4,24^2 + (-7,94 - 4,24)^2 + 6,9 - 4,24^2 + 12,9 - 4,24^2} = 16,89\%$$

Определим вероятность убытков в течение недели по формуле

$$p_n = \Phi\left(-\frac{r_n}{\sigma}\right),$$

где Φ – функция нормального распределения, значения которой найдем из таблицы (Мюллер П. Таблицы по математической статистике / П.Мюллер, П.Нойман, Р.Шторм. – М.: Финансы и статистика, 1982. – 278с.). Или пользуемся функцией Excel НОРМСТРАСП, или приближением:

$$\Phi x \approx 0,5 + \frac{1}{2\pi^{\frac{1}{2}}}\left(x - \frac{x^3}{6}\right) \text{ для } x < 1,5$$

$$\Phi x \approx 1 - \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{x 2\pi^{\frac{1}{2}}}\left(1 - \frac{1}{x^2}\right), \text{ для } x \geq 1,5.$$

В таблице не приведены значения функции для отрицательных аргументов. Однако известно свойство функции нормального распределения, которое позволяет определить такое значение:

$$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x).$$

$$p_n = \Phi\left(-\frac{4,24}{16,89}\right) = 1 - \Phi(0,251) = 1 - 0,599093 = 0,401.$$

$$\Phi x = 0,5 + \frac{1}{2\pi^{\frac{1}{2}}}\left(x - \frac{x^3}{6}\right).$$

Вероятность убытков для других периодов определим по формуле

$$p_T = \Phi\left(-\frac{\bar{r}\sqrt{T}}{\sigma}\right)$$

где T – выраженный в неделях период времени.

Вероятность убытков в течение месяца равна

$$p_m = \Phi\left(-\frac{4,24 \sqrt{4}}{16,89}\right) = 1 - \Phi(0,502) = 1 - 0,692166 = 0,308.$$

Вероятность убытков в течение квартала равна

$$p_{kv} = \Phi\left(-\frac{4,24 \sqrt{4 \cdot 3}}{16,89}\right) = 1 - \Phi(0,870) = 1 - 0,807850 = 0,192.$$

Вероятность убытков в течение года равна

$$p_e = \Phi\left(-\frac{4,24 \sqrt{4 \cdot 12}}{16,89}\right) = 1 - \Phi(1,739) = 1 - 0,958983 = 0,041.$$

Найденные величины показывают, что для более длительных периодов времени вероятность понести убытки держателем этих акций уменьшается.

Задача для самостоятельного решения. В течение недели курсовая стоимость акций компании была следующей

День	0	1	2	3	4	5
Цена за акцию P_t (руб.)	$a + 3$	$a + 10$	a	$1,5a$	$1,2a$	$a + 8$

Определить вероятность убытков для держателя пакета этих акций в течение недели, месяца, квартала, года. Где a – номер студента в списке группы.

Практическое занятие № 3. Систематический и специфический риск.

Задача. Определить систематический и специфический риски акции, чья курсовая стоимость и биржевой индекс, на которой она котируется, принимали следующие значения

День	0	1	2	3	4	5
Цена за ак-	2,8	3,1	3,0	2,9	3,2	3,5

цию (руб.)						
Индекс	120	123	125	121	123	126

Доходность безрисковых вложений составляет $r_f = 0,5\%$.

Решение.

Систематический риск определим на основании вычисления коэффициента β , оценивающего чувствительность риска акции по отношению к риску всего рынка в целом:

$$\beta = \frac{Cov(r, r_m)}{D(r_m)},$$

где $Cov(r, r_m)$ – коэффициент ковариации доходности акции и доходности рынка в целом,

$D(r_m)$ – дисперсия доходности рынка,

r, r_m – доходности акции и рынка.

Доходность и дисперсию рынка в целом определим на основании значений индекса – обобщенной стоимости пакета акций компаний, принятых за основу при вычислении индекса.

Определим доходности акции и рынка по формуле

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \cdot 100\%,$$

эти значения приведены в таблице:

День	1	2	3	4	5
Доходность акции (%)	10,71	-3,23	-3,33	10,34	9,38
Доходность рынка (%)	2,5	1,63	-3,2	1,65	2,44

Найдем средние значения доходностей

$$r = \frac{1}{5} (10,71 - 3,23 - 3,33 + 10,34 + 9,38) = 4,77\%.$$

$$r_m = \frac{1}{5} (2,5 + 1,63 - 3,2 + 1,65 + 2,44) = 0,944\%.$$

Коэффициент ковариации найдем по формуле

$$Cov(r, r_m) = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (r_t - r)(r_{m_t} - r_m),$$

где N – число наблюдений.

$$\begin{aligned} Cov(r, r_m) = \frac{1}{4} & (10,71 - 4,77 \quad 2,5 - 1 \quad + \quad -3,23 - 4,77 \quad 1,63 - 1 \\ & + \quad -3,33 - 4,77 \quad -3,2 - 1 \quad + \\ & + 10,34 - 4,77 \quad 1,65 - 1 \quad + \quad 9,38 - 4,77 \quad 2,44 - 1 = 11,59. \end{aligned}$$

Дисперсия доходности рынка равна

$$D(r_m) = \frac{1}{4} \quad 2,5-1^2 + 1,63-1^2 + -3,2-1^2 + 1,65-1^2 + 2,44-1^2 = 5,489$$

Систематический риск данной акции принимает значение

$$\beta = \frac{11,59}{5,489} = 2,11.$$

Значение коэффициента β большее, чем 1, показывает, что уровень риска для данной акции более высокий, чем по рынку в целом.

Специфический риск акции определим по формуле

$$\alpha = r - r_f - \beta(r_m - r_f),$$

$$\alpha = 4,77 - 0,5 - 2,11(0,944 - 0,5) = 3,33.$$

Положительное значение специфического риска говорит о том, что рынок недооценивает риск и доходность данной акции.

Задача для самостоятельного решения. Определить систематический и специфический риски акции, чья курсовая стоимость и биржевой индекс, на которой она котируется, приняли следующие значения

День	0	1	2	3	4	5
Цена за акцию (руб.)	$a + 3$	$a + 10$	a	$1,5a$	$1,2a$	$2a$
Индекс	$50a$	$51a$	$51a + 3$	$52a$	$51a$	$53a$

Доходность безрисковых вложений составляет $r_f = 0,5\%$. Где $a = 22 - No$, (No – номер студента в списке группы).