

МОФР Практические занятия

3. Формулы Блека-Шоулза

Пусть финансовые рынки удовлетворяют следующим условиям:

- ✓ рынки являются совершенными;
- ✓ существует безрисковая процентная ставка, одинаковая для всех сроков и не меняющаяся со временем;
- ✓ отсутствуют прибыльные арбитражные возможности.

Тогда для европейских опционов на бездивидендную акцию справедливы формулы Блека-Шоуза:

$$c = S \Phi(d_1) - K e^{-r(T-t)} \Phi(d_2),$$

$$p = K e^{-r(T-t)} \Phi(-d_2) - S \Phi(-d_1)$$

где c – цена опциона «call»;

p – цена опциона «put»;

S – цена базисных активов в текущий момент времени t ;

K – цена исполнения опционов (страйк-цена);

r – безрисковая процентная ставка при непрерывном начислении;

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (T-t) \left(r + \frac{\sigma^2}{2} \right)}{\sigma \sqrt{T-t}}; \quad d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T-t};$$

σ – волатильность базисных активов (стандартное отклонение цены базисных активов);

$T-t$ – интервал времени до исполнения (в годах)

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx - \text{функция стандартного нормального распределения; в Excel –}$$

НОРМСТРАСП(z). Существуют формулы приближенного вычисления значений этой функции на калькуляторе:

$$\text{для } z > 1,5 \Rightarrow \Phi(z) = 1 - \frac{e^{-\frac{z^2}{2}}}{z\sqrt{2\pi}} \left(1 - \frac{1}{z^2} \right);$$

$$\text{для } z < 1,5 \Rightarrow \Phi(z) = 0,5 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(z - \frac{z^3}{6} \right).$$

Пример 1. Найти стоимости 6-месячных европейских опционов «колл» и «пут» на бездивидендную акцию с ценой исполнения 40 USD, когда текущая цена акции 42 USD, волатильность цены акции составляет 20%, а безрисковая процентная ставка при непрерывном начислении процентов равна 10% годовых.

Решение

В данном случае $S = 42\text{USD}; K = 40\text{USD}; r = 0,1; \sigma = 0,2; T - t = \frac{6}{12} = 0,5$.

$$\text{Тогда } d_1 = \frac{\ln(42/40) + 0,5 \left(0,1 + \frac{0,2^2}{2} \right)}{0,2\sqrt{0,5}} = 0,7693;$$

$$d_2 = 0,7693 - 0,2\sqrt{0,5} = 0,6278.$$

$$\Phi(d_1) = \Phi(0,7693) = 0,7791;$$

$$\Phi(d_2) = \Phi(0,6278) = 0,7349;$$

$$\Phi(-d_1) = \Phi(-0,7693) = 0,2209;$$

$$\Phi(-d_2) = \Phi(-0,6278) = 0,2651.$$

Следовательно,

$$c = 42 \cdot 0,7791 - 40 \cdot e^{-0,1 \cdot 0,5} \cdot 0,7349 = 4,76\text{USD},$$

$$p = 40 \cdot e^{-0,1 \cdot 0,5} \cdot 0,2651 - 42 \cdot 0,2209 = 0,81\text{USD}.$$

Задача для самостоятельного решения

Найти стоимости 6-месячных европейских опционов «колл» и «пут» на бездивидендную акцию с ценой исполнения $(10N)\text{USD}$, когда текущая цена акции $(10 \cdot (N + 1))\text{USD}$, волатильность цены акции составляет $(10 + N/5)\%$, а безрисковая процентная ставка при непрерывном начислении процентов равна $(2 + N/5)\%$ годовых.

N – номер в списке группы.