МОФР Практические занятия

2. Цены финансовых инструментов

Задача 1. 21.03.2015 на банковский счет была положена сумма V(s)= 1000 руб. под r=10% годовых. Какая сумма на счету будет 15.10.2015?

Решение: $V(t)=V(s)e^{r(t-s)}$.

$$t-s=\frac{9\cdot 30+15-(2\cdot 30+21)}{360}=0{,}557.$$

$V(t)=1000e^{0{,}1\cdot 0{,}557}=1057{,}28$ руб.

Задача 2. 01.04.2015 г. в банк внесена сумма 1000 руб. Когда на банковском счету накопится сумма 1500 руб., если процентная ставка составляет 14% годовых?

Решение: $t=s+\frac{1}{r}\ln\frac{V(t)}{V(s)}=\frac{91}{360}+\frac{1}{0{,}14}\ln\frac{1500}{1000}=\frac{91}{360}+2{,}896=\frac{91+1033}{360}=\frac{1124}{360}$

t=1124 (дн.), т.е. 15 мая 2017 г.

Задача 3. Какой будет накопленная на банковском счету сумма через 2 года, если процентная ставка от 16% годовых каждый год будет снижаться на 2%. Первоначальная сумма 1000 руб.

Решение:

$$V(t)=V(s)e^{\int_s^t r(t-s)}$$

Уравнение прямой, проходящей через две точки $\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$.

В нашем случае – две точки с координатами $A(0;r_0);\,B(t;r_0-t\Delta r)$.

Тогда $\frac{r-r_0}{r_0-t\Delta r-r_0}=\frac{\tau}{t};\, r=r_0-t\Delta r\tau$.

$$\int_0^t (r_0-t\Delta r\tau)d\tau=(r_0\tau-t\Delta r\frac{\tau^2}{2})_0^t=r_0t-\Delta r\frac{t^3}{2}.$$

$V(2)=1000e^{0{,}16\cdot 2-4\cdot 0{,}02}=1271{,}25$ руб.

Задача 4. Определить цену купонной облигации номиналом 1000 руб. сроком действия 2 года с ежеквартальной выплатой дивидендов в размере 200 руб., рыночная процентная ставка составляет 12% годовых.

Решение: Цена купонной облигации равна

$P_C(n)=Ve^{-rn}+C\sum_{k=1}^{mn}e^{-\frac{rk}{m}}$, $r-$ эффективная процентная ставка:

$r=(1+\frac{j}{m})^m-1$; $j-$ рыночная процентная ставка.

Сумма в формуле – это сумма элементов геометрической прогрессии, которая равна

$$\sum_{k=1}^{mn} e^{-\frac{rk}{m}} = \frac{1-e^{-rn}}{e^{\frac{r}{m}}-1}.$$

$$r = (1+\frac{j}{m})^m - 1 = (1+\frac{0{,}12}{4})^4 - 1 = 0{,}1255\,(12{,}55\%).$$

$$\sum_{k=1}^{4\cdot 2} e^{-\frac{0{,}1255k}{4}} = \frac{1-e^{-0{,}1255\cdot 2}}{e^{\frac{0{,}1255}{4}}-1} = 6{,}965.$$

$P_C(2) = 1000e^{-0{,}251} + 200\cdot 6{,}965 = 2171$ руб.

По облигации номинально будет получено $V + mnC = 1000 + 4\cdot 2\cdot 200 = 2600$ руб.

Задания для самостоятельного решения:

Задача 1. Сегодня (сегодняшняя дана) в банк внесена сумма $(1000\cdot N)$ руб. Когда на банковском счету накопится сумма $(1000\cdot N + 200)$ руб., если процентная ставка составляет $(10+\frac{N}{2})$ % годовых?

Задача 2. Какой будет накопленная на банковском счету сумма через 2 года, если процентная ставка от $(10+\frac{N}{2})$ % годовых каждый год будет снижаться на $(\frac{N}{10})$%. Первоначальная сумма $(1000\cdot N)$ руб.

Задача 3. Определить цену купонной облигации номиналом $(1000\cdot N)$ руб. сроком действия 2 года с ежеквартальной выплатой дивидендов в размере $(20\cdot N)$ руб., рыночная процентная ставка составляет $(10+\frac{N}{2})$ % годовых.

N – номер в списке группы.